

Lineare Algebra für Lehramtsstudierende

Ein Projekt der Universitäten
Gießen und Siegen

Albrecht Beutelspacher

Ausgangspunkte

- ◆ Qualität bzw. Nachhaltigkeit des Mathematikunterrichts
- ◆ Lehrerbildung: zentraler Schwachpunkt
 - Felix Klein 1924 „Doppelte Diskontinuität“:
 - Pieper-Seier 2002 (empirische Untersuchung): Lehramtsstudierende haben in nur geringem Umfang eine „belastbare, affektiv unterstützte Beziehung zur Mathematik“. Sie empfinden den „Studienaufbau und die Lehrenden als viel weniger hilfreich“.

Mathematik neu denken

- ◆ Pilotprojekt Gießen - Siegen, 2004 - 2007:
Ein neues erstes Studienjahr
- ◆ Expertenstudie 2008 - 2010:
Neuorientierung der universitären
Lehrerbildung im Fach Mathematik für das
gymnasiale Lehramt
- ◆ Gefördert von Deutsche Telekom Stiftung

Lehramtsstudium: Grundidee

- ◆ Die Lehramtsstudierenden sollen „professionell (ausge)bildet“ werden.
- ◆ Sie sollen auf ihren künftigen Beruf („Profession“) optimal vorbereitet werden.
- ◆ Die Ausbildung soll „professionell“ erfolgen, d.h. sich orientieren an wissenschaftlichen Erkenntnissen.

Wie soll ein Lehramtsstudium aussehen?

- ◆ Fachwissenschaft: Authentisches Bild der Mathematik
 - Aktive Beziehung zu Mathematik
- ◆ Didaktik: Lehren und Lernen von Mathematik
 - In den Köpfen der Studierenden soll ein zusammenhängendes Bild von Mathematik (Fachwissenschaft und Didaktik) entstehen
- ◆ Geschichte/Philosophie
 - Reflexion über Mathematik
- ◆ Methoden
 - Lehr- und Lernformen, die eigenaktive Konstruktion des Wissens ermöglichen

Fachwissenschaft Mathematik

◆ Grundlagen

- Stoff der Grundvorlesungen (Analysis, Lineare Algebra) hat sich grundsätzlich bewährt – auch für Lehramtsstudierende

◆ Überblick

- Die Studierenden sollen einen Eindruck vom Reichtum der Mathematik erhalten

◆ Tiefe

- An einer Stelle sollen die Studierenden spüren, dass es „noch viel mehr“ gibt.

◆ „Höhere“ Vorlesungen

- (Geometrie, Algebra): speziell für Lehramtsstudierende

Konstruktive Elemente

- ◆ Es ist unbestreitbar, dass die Tiefe und die Nachhaltigkeit des Lernens durch konstruktive Formen (= aktives Lernen) erheblich verbessert wird.
- ◆ Auch die „Vorlesung“ muss konstruktive Elemente enthalten!
- ◆ Leichteste Übungsaufgaben zu dem aktuelle behandelten Stoff
- ◆ Partnerübungen („erkläre deinem Nachbarn ...“)

Tabu „Vorlesung“

◆ Grobbeschreibung

- Der Professor schreibt sein Manuskript an die Tafel.
- Die Studierenden schreiben es von der Tafel ab.

◆ Vorteile

- Entwicklung der Gedanken
- Ringen um den treffenden Ausdruck

◆ Nachteile

- Viel Energie für „unwichtige Tätigkeiten“
- Wenig (Augen-) Kontakt zwischen Dozent und Studierenden

Analytische Geometrie und Lineare Algebra

- ◆ Primat der (geometrischen) Anschauung
- ◆ Explizite Anknüpfung an Schulmathematik
- ◆ Vom Konkreten zum Allgemeinen
 - Kapitel 1: Der dreidimensionale Raum
 - Kapitel 2: Lineare Gleichungssysteme
 - Kapitel 3: Vektorräume
 - ...
- ◆ Unterstützung durch Computer-Algebra-Praktikum

Differenzierte Form der „Vorlesung“

- ◆ Differenzierung der klassischen Vorlesung
- ◆ Folien vorab im Netz
- ◆ In die Vorlesung integrierte Übungen
- ◆ + Übungsgruppe
- ◆ + SW-Praktikum
- ◆ Diskussionsforum

Übungen in der Vorlesung

- ◆ Thema „Unterräume“ und „math. Sprache“
- ◆ Betrachten Sie die Menge aller Elemente von \mathbf{R}^3 mit einer der folgenden Eigenschaften. Schreiben Sie die Mengen formal auf. Welche dieser Mengen sind Vektorräume?
 - An der ersten Stelle eine Null
 - An der ersten Stelle eine 1
 - An der ersten Stelle ein Element $\neq 0$
 - Insgesamt nur ein von Null verschiedenes Element
 - Erste Stelle gleich zweite Stelle
 - Erste Stelle gleich 2 mal zweite Stelle

Übungen in der Vorlesung

- ◆ Thema „Rang einer Matrix“
- ◆ Geben Sie jeweils eine 3×3 -Matrix (über \mathbf{R}) an, die den Rang 1, 2 bzw. 3 hat und deren erste Zeile gleich 123 ist.
- ◆ Sie spielen zu zweit, indem Sie abwechselnd in je ein Feld einer 3×3 -Matrix eine Zahl schreiben. Sie beginnen.
Können Sie erzwingen, dass (a) der Rang = 3 ist, (b) der Rang < 3 ist?
Und wie ist das, wenn Sie der zweite Spieler sind?

Fazit

- ◆ Vom Konkreten zum Abstrakten
 - außerordentlich erfolgreich
- ◆ Übungsaufgaben in der Vorlesung
 - sehr entspannend (und kaum Zeitverlust)
- ◆ Stoffauswahl: Zumindest in LA I alle klassischen Gebiete abgehandelt
 - ... während wir in Geometrie und Algebra eine andere Stoffauswahl vornahmen
- ◆ Problem: LA ist Grundlage

Ausblick: Geometrie, elementare Algebra

- ◆ Radikalere Akzente bei anderen Vorlesungen
- ◆ Geometrie: Euklidische Geometrie, Dreiecke, Vierecke, Kegelschnitte, Kongruenzabbildungen
 - Mit Ausflügen in die Geschichte: Axiomatik, Parallelenpostulat, arabische Mathematik, ...
 - Integration von dynamischer Geo-Software
- ◆ Algebra: elementare Zahlentheorie, Stellenwertsysteme, Codes, Zahlbereiche, Gleichungen
 - Mit Ausflügen in die Geschichte und Didaktik