

Stochastik im Grundstudium: Konzept und Erfahrungen

Norbert Henze, Institut für Stochastik

Miniworkshop *Mathematiklehre im ersten Studienjahr: Was, wie und wozu?*

23. September 2019



Lehrveranstaltung: Einführung in die Stochastik für Studierende des gymnasialen Lehramts Mathematik

Umfang: V4 + Ü2 + T2

Nebenbedingungen:

- Einzige Pflichtveranstaltung im Bereich Stochastik
- Keine Kenntnisse des Lebesgue-Integrals
- wird ab dem 4. Semester gehört

„Revolutionäres“ Konzept: Vorlesung findet (fast) ohne Tafel statt.

Video „Mathematik ohne Tafel?!“

<https://www.youtube.com/watch?v=ACTLflRwVmU&list=PLtexvciJ0k3Hv49-RRKBbWIVqamazYeCA>



- Technische Plattform: LaTeX-Folien
- Student(inn)en hatten vorab Handout-Versionen
- Folien (zum Teil mit Lücken) bauen sich langsam auf
- Immenser Vorteil: Größeres Verständnis
- Wichtiges didaktisches Element: „Memos“
- Auf vielen Folien Links zu Erklärvideos
- Vorlesung im SS 2015 wurde komplett aufgezeichnet (insgesamt 27 Lektionen mit Bookmarks)

<https://www.youtube.com/watch?v=CXSyMvzl8cY&list=PLtexvciJ0k3FWWdVjJNlItYuXHhRn1Qpf>



Inhaltsverzeichnis

1. Grundräume und Ereignisse
2. Zufallsvariablen
3. Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume
4. Kombinatorik
5. Urnen- und Fächer-Modelle
6. Der Erwartungswert
7. Binomialverteilung und hypergeometrische Verteilung
8. Modellierung mehrstufiger Experimente
9. Bedingte Wahrscheinlichkeiten
10. Stochastische Unabhängigkeit
11. Zufallsvektoren, gemeinsame Verteilung
12. Varianz, Kovarianz, Korrelation
13. Die Multinomialverteilung
14. Wartezeitverteilungen

15. Die Poisson-Verteilung
16. Bedingte Erwartungswerte und bedingte Verteilungen
17. Erzeugende Funktionen
18. Grenzwertsätze
19. Pseudozufallszahlen und Simulation
20. Deskriptive Statistik
21. Induktive Statistik: Punktschätzung
22. Induktive Statistik: Konfidenzbereiche
23. Induktive Statistik: Statistische Tests
24. Allgemeine Modelle
25. Grundlegende stetige Verteilungen
26. Kenngrößen von Verteilungen
27. Mehrdimensionale stetige Verteilungen

Kapitel 1–23 benötigen nur Analysis 1 und Lineare Algebra 1.

Eine Beispielfolie:

Memo: $U \leq V \implies \mathbb{E}U \leq \mathbb{E}V, \quad \mathbb{E} \mathbf{1}_A = \mathbb{P}(A)$

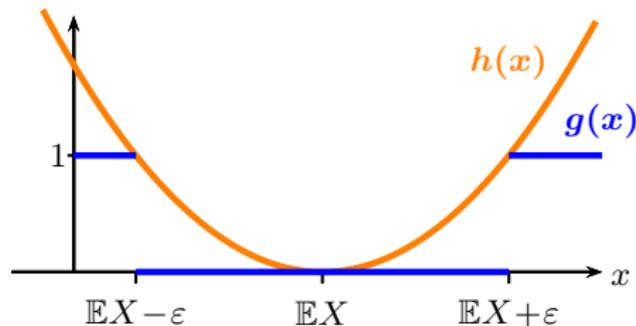
11.1 Satz (Tschebyschow-Ungleichung)

Für jedes (noch so große) $\varepsilon > 0$ gilt

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{E}X| \geq \varepsilon) \leq \frac{\mathbb{V}(X)}{\varepsilon^2}.$$

$$\underbrace{\mathbb{1}\{|X - \mathbb{E}X| \geq \varepsilon\}}_{= g(X)} \leq \underbrace{\left(\frac{X - \mathbb{E}X}{\varepsilon}\right)^2}_{= h(X)}$$

$$\mathbb{E}g(X) \leq \mathbb{E}h(X) \quad \checkmark$$



Beachte: Ist \tilde{X} standardisiert, so gilt $\mathbb{P}(|\tilde{X}| \geq \varepsilon) \leq \frac{1}{\varepsilon^2}$.



<https://www.youtube.com/watch?v=9ASY99N94ik>

Übungs- /Tutoriumsbetrieb:

- Übungsaufgaben unterschiedlich gekennzeichnet
(Ü): zur Übung des behandelten Stoffes.
(E): zur Ergänzung des Stoffes (Lösungen vorher bekannt)
- Jedes Übungsblatt weist QR-Code auf, der zu einer Umfrage führt.

Man konnte Wünsche äußern:

- Was soll auf jeden Fall besprochen werden?
- Welche Vorlesungsinhalte sollten wiederholt werden?
- Allg. Wünsche/Kritik zum Vorlesungs- und Übungsbetrieb
- AktivPausen!

Erfahrungen: Nur gute!

Empfehlungen:

- Lebendige Stochastik mit vielen Aha-Momenten!
- Begriffe ausgiebig beleuchten!
- Redundanz (Wiederhol-Effekt)
- Falls möglich, mehrere Lösungswege
- Verknüpfung mit Erklärvideos
- Lehrer-Beruf(ung)!

Youtube-Kanal „Stochastikclips“

Buch: Stochastik für Einsteiger, 12. Auflage. Springer Spektrum
(mit Links auf 220 Videos)